

DOI: 10.16285/j.rsm.2024.0594

考虑初始含水率非均匀分布及孔隙水重分布的边坡可靠度分析

元志镒¹, 蒋水华¹, 常志璐^{1,2}, 向 晖³, 刘玉伟⁴, 黄劲松¹

(1. 南昌大学 工程建设学院, 江西 南昌 330031; 2. 南昌大学 资源与环境学院, 江西 南昌 330031;
3. 中建铁路投资建设集团有限公司, 北京 102601; 4. 江西省自然资源政策调查评估中心, 江西 南昌 330045)

摘 要: 建立合理的降雨入渗分析模型是分析降雨诱发边坡失稳机制及防控滑坡灾害的重要前提。目前 Richards 方程数值解和 Green-Ampt 模型常用于边坡降雨入渗分析, 然而 Richards 方程数值解易出现计算不收敛问题, Green-Ampt 模型计算精度较低, 不能考虑初始含水率非均匀分布和孔隙水重分布过程。在传统 Green-Ampt 模型基础上, 将边坡地层沿深度方向离散为多个空间微元, 将降雨事件离散为多个小时段, 进而提出边坡降雨入渗分析的时空逼近法, 阐明降雨入渗下非均质无限长边坡渗流、稳定及可靠度演化规律。结果表明: 与 Richards 方程数值解相比, 提出的时空逼近法是一种计算稳定且精度较高的降雨入渗分析方法, 不存在计算不收敛问题。此外, 如果不考虑孔隙水重分布过程会低估边坡失效概率和错误估计最危险滑面位置。研究结果可为复杂边坡降雨入渗分析及降雨型浅层滑坡灾害防控提供理论支撑。

关 键 词: 边坡可靠度分析; 空间变异性; 降雨入渗分析; 初始含水率; 孔隙水重分布

中图分类号: U213.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2025) 03-1001-12

Reliability analysis of slope stability considering non-uniform distribution of initial soil water content and pore water redistribution

YUAN Zhi-rong¹, JIANG Shui-hua¹, CHANG Zhi-lu^{1,2}, XIANG Hu³, LIU Yu-wei⁴, HUANG Jin-song¹

(1. School of Infrastructure Engineering, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China; 2. School of Resources & Environment, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China; 3. China State Construction Railway Investment & Engineering Group Co., Ltd., Beijing 102601, China;
4. Natural Resources Policy Investigation and Evaluation Center of Jiangxi Province, Nanchang, Jiangxi 330045, China)

Abstract: Establishing a reasonable rainfall infiltration model is crucial for understanding the mechanisms of rainfall-induced slope failures and for preventing and controlling landslide disasters. Currently, numerical solutions to the Richards equation and the Green-Ampt model are commonly employed to analyze rainfall infiltration in slopes. However, numerical solutions to the Richards equation often encounter convergence issues, while the Green-Ampt model suffers from relatively low accuracy and an inability to account for non-uniform initial soil moisture distribution and pore water redistribution. In this study, we propose a spatiotemporal approximation method based on the Green-Ampt model for analyzing rainfall infiltration in slopes. This method involves discretizing the slope stratum into multiple spatial elements along the depth and dividing the rainfall event into multiple time intervals. Using this method, we investigate the changes in seepage, stability, and reliability of heterogeneous infinite slopes under rainfall infiltration. The results show that, compared to numerical solutions of the Richards equation, the proposed method is a robust and accurate approach for analyzing rainfall infiltration, with no convergence issues. Additionally, ignoring the pore water redistribution process can lead to underestimating the probability of slope failure and misidentifying the location of the critical sliding surface. The research outcome can provide theoretical support for rainfall infiltration analysis of complex slopes and prevention and control of rainfall-induced shallow landslide disasters.

Keywords: slope reliability analysis; spatial variability; rainfall infiltration analysis; initial soil water content; pore water redistribution

收稿日期: 2024-05-20

录用日期: 2024-08-13

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.52222905, No.52179103, No.42272326, No.52407241); 江西省自然科学基金项目 (No.20242BAB24001, No.20232ACB204031, No.20224ACB204019)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (52222905, 52179103, 42272326, 52407241) and Jiangxi Provincial Natural Science Foundation (20242BAB24001, 20232ACB204031, 20224ACB204019).

第一作者简介: 元志镒, 男, 2001 年生, 博士研究生, 主要从事降雨入渗及可靠度评估方面的研究。E-mail: yuanzhirong@email.ncu.edu.cn

通讯作者: 蒋水华, 男, 1987 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程可靠度与风险分析方面的研究。E-mail: sjiangaa@ncu.edu.cn

1 引言

降雨入渗一方面会增加土体含水率,降低土体抗剪强度,另一方面会增加土体重度,加大滑动力,导致边坡发生失稳,诱发滑坡灾害^[1]。因此,建立一种合理的降雨入渗模型进而分析边坡土体含水率分布及稳定性,对于降雨型滑坡灾害防控具有重要意义。常用的降雨入渗分析方法包括基于 Richards 方程的数值方法和基于物理入渗模型的解析计算方法。Richards 方程数值解虽然准确,但是容易出现计算不收敛的问题^[2-4]。相比之下,Green-Ampt(GA)模型物理含义清晰、计算过程简便、不存在解的不收敛问题,目前在边坡降雨入渗分析中得到广泛应用^[3-7],然而该模型仍存在以下不足:①该模型是假定包括初始体积含水率在内的各种土体参数沿深度保持不变而建立,因此不适用于初始体积含水率等参数为非均匀分布的情形^[3-4];②该模型假设孔隙水在坡内呈矩形分布,并且认为雨水入渗影响到的区域从初始体积含水率立即变为饱和体积含水率,与工程实际不符^[5-6];③该模型不能模拟在势能梯度作用下坡内孔隙水的重分布过程^[7]。针对以上不足,许多学者对 GA 模型进行了改进研究,有效拓展了 GA 模型的适用范围和提高了计算精度^[3-9]。一方面,大量物理模型试验发现,在降雨作用下边坡体积含水率并不是呈矩形分布,在饱和层与天然层之间至少存在一个体积含水率介于饱和体积含水率与初始体积含水率之间的过渡层^[5-6]。彭振阳^[6]、王文焰^[8]和蒋水华^[9]等均采用 1/4 椭圆曲线来拟合过渡层含水率分布,获得了较为合理的边坡体积含水率分布。另一方面,受沉积、后沉积等地质作用,土体参数存在固有空间变异性^[10-11]。李旭^[12]、La Follette^[13]等结合平均渗透系数计算公式拓展了 GA 模型的适用范围,使其能够考虑饱和和渗透系数非均匀分布的影响。

尽管如此,目前降雨入渗分析的 GA 模型仍需假设土体初始体积含水率沿深度方向呈均匀分布,不能考虑在蒸发、根系吸水和地下水位波动等影响下,降雨发生前初始体积含水率沿深度方向呈现的非均匀分布^[3-4],大大限制了该模型的应用。为此,张洁等^[3]重新构建了考虑初始体积含水率非均匀分布的 GA 模型,并利用矩形、三角形和梯形分布描述初始基质吸力分布。Wu 等^[4]也提出了一种能适用于初始体积含水率非均匀分布的 GA 模型,并通过假设不同的初始体积含水率非均匀分布工况验证了提出模型的有效性。Su 等^[14]推导了恒定边界条件下

能适用于任意含水率分布的孔隙水运动方程的近似解析解,并通过初始体积含水率沿深度方向均匀增加、均匀减小、先增后减、指数递增等 4 种工况验证了该解析解的有效性。

降雨型滑坡通常具有一定的滞后性,是一个不争的事实,这个滞后性受多种因素的影响^[15]。为揭示是何种因素造成了降雨型滑坡发生的滞后,一些学者研究了降雨结束后一段时间内边坡体积含水率的时空演化规律,发现降雨刚结束一段时间内孔隙水还会在势能梯度作用下继续运移,边坡体积含水率及稳定性会持续发生改变。然而,目前降雨诱发边坡失稳研究较少考虑孔隙水重分布过程。Dou 等^[7]在降雨矩形入渗基础上对 GA 模型进行了改进,并模拟了降雨结束后边坡体积含水率分布的时空演化过程,发现在孔隙水重分布作用下边坡可靠度会持续下降。Li 等^[16]也研究得出了在孔隙水重分布作用下边坡稳定性和可靠度会持续下降的结论。此外,在初始体积含水率非均匀分布和孔隙水重分布作用下,边坡湿润区体积含水率呈现不规则分布,常用的 1/4 椭圆曲线将不能较好地拟合过渡层的体积含水率分布。

为此,本文提出一种可考虑初始体积含水率非均匀分布及孔隙水重分布的非均质边坡降雨入渗分析方法,揭示降雨结束后孔隙水重分布对边坡渗流、稳定性及可靠度的影响规律。首先根据达西定律及 Brook-Corey 土-水特征曲线模型^[17]建立边坡降雨入渗分析模型,接着将时间及空间步长自适应调整嵌套到模型中,达到保证模型精度的前提下降低模型运算工作量的目的。最后,与 Hydrus-1D 软件^[18]求解的 Richards 方程数值解进行对比分析以验证提出方法的有效性。

2 初始体积含水率非均匀分布

降雨开始前,若边坡体积含水率分布保持稳态(注:边坡各处孔隙水总势能都相等的体积含水率分布称为稳态分布),则根据稳态分布可知边坡各深度处总水头都与边坡底部的总水头相等。由此可得,初始条件下基质吸力水头与深度 z 的函数关系式为^[19]

$$h(z) = h_b + (H - z) \cos \alpha \quad (1)$$

式中: H 为边坡高度; z 为深度; h 为基质吸力水头; α 为坡角; h_b 为边坡底部的基质吸力水头。

接着,将初始基质吸力水头分布转化为初始基质吸力分布,再通过土-水特征曲线将初始基质吸

力分布转化为初始体积含水率分布。本文采用图 1 所示的 Brook 和 Corey^[17]提出的土-水特征曲线模型描述降雨入渗下边坡非饱和和渗流分析的土体渗透系数和基质吸力与体积含水率之间的函数关系，计算公式分别如下：

$$k(\theta) = k_s S_e^{3+2/\lambda} \quad (2)$$

$$\psi(\theta) = \psi_b S_e^{-1/\lambda} \quad (3)$$

式中： $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ ，为土体有效饱和度，其中 θ 为土体体积含水率， θ_s 和 θ_r 分别为土体饱和与残余体积含水率； k_s 为土体饱和渗透系数； $k(\theta)$ 为体积含水率为 θ 时的土体渗透系数； ψ 为基质吸力； ψ_b 为进气值； λ 为表征土体孔径分布特征的拟合系数。

土体基质吸力水头 h 可根据转换关系 $h = \psi/(\rho g)$ 得到，其中， ρ 为水的密度， g 为重力加速度；根据文献[7]，取孔隙气压力 $u_a = 0$ ，则基质吸力 $\psi = u_a - u_w = -u_w$ ， u_w 为孔隙水压力，即当孔隙气压力取0时，基质吸力等于负的孔隙水压力。

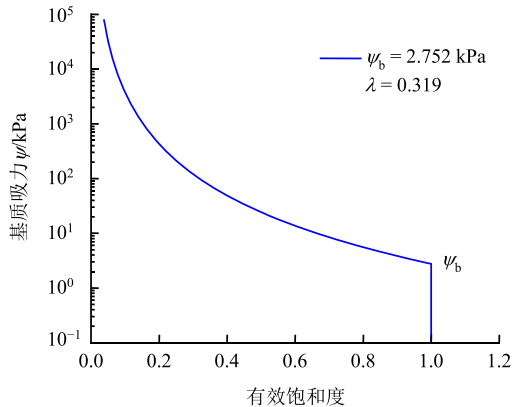


图1 Brook-Corey 模型^[17]描述的土-水特征曲线
Fig.1 Soil-water characteristic curve described using Brook-Corey model^[17]

本文按照 Griffiths 等^[19]的做法，将边坡底部基质吸力水头 h_b 模拟为服从对数正态分布的随机变量，以此来模拟初始体积含水率的不确定性。

3 降雨入渗模型

常用的物理入渗模型有 Green-Ampt (GA) 入渗模型、Kostiakov 模型、Horton 模型、Philip 模型。Kostiakov 模型和 Horton 模型为两个经验方程，其参数没有明确的物理意义^[20]。Philip 模型是通过垂直入渗级数解求得，长时间的求解会影响计算精度^[20]。相比之下，GA 模型因其形式简单、物理概

念明确而得到了更为广泛的重视^[20]。GA 入渗模型是 1911 年由 Green 和 Ampt^[21]提出，最初用于解决初始干燥土体在薄层积水时的雨水入渗问题。对于垂直土柱，湿润锋在吸力水头梯度和位置水头梯度共同作用下向下推进，基于达西定律推导得到 GA 模型入渗率 f 的计算公式^[22-23]可近似表示为

$$f = k_s \left(1 + \frac{h_w - h_0}{z_f} \right) \quad (4)$$

式中： z_f 为湿润锋深度； h_0 为土体表面基质吸力水头； h_w 为湿润锋前部基质吸力水头。GA 模型认为，在雨水入渗影响到的区域中，体积含水率全部达到饱和；未影响到的区域中，体积含水率全维持为初始值，故 GA 模型假定土体体积含水率分布呈矩形分布。

4 降雨入渗分析的时空逼近法

4.1 体积含水率计算

从达西定律出发，考虑非饱和和渗流过程，可得边坡任意深度处入渗率 $f(z)$ 为

$$f(z) = k(\theta, z) [\cos \alpha + h'(z)] \quad (5)$$

式中： $f(z)$ 为深度 z 处的入渗率； $k(\theta, z)$ 为深度 z 处体积含水率为 θ 时的土体渗透系数； $h'(z)$ 为深度 z 处的基质吸力水头变化率。为了研究整个降雨事件中边坡各位置处体积含水率的变化规律，本文对整个边坡地层进行空间离散、对整个降雨事件进行时间离散。通过求解整个降雨事件下边坡各位置处体积含水率，进而得到整个边坡体积含水率的时空分布。

此外，提出方法分别通过对空间和时间步长进行自适应调整，在模型计算精度和成本之间寻求一个平衡，故本文将提出的方法命名为时空逼近法。首先将整个边坡地层划分成等厚的若干个土层，将每个土层都视为均质土，不同土层土体物理力学参数取值不同。为了使模型计算的边坡体积含水率分布更准确，再进一步将每个土层划分成若干个空间微元，进而求解每个空间微元的体积含水率。空间微元的厚度视为空间步长 D ，见图 2。

在划分时间步长时，先给时间步长赋初始值，然后根据某些限制条件自动调整时间步长，这样可在保证模型计算精度的同时加快模型运行速度。时空逼近法的计算精度主要受空间步长和时间步长控制，而时间步长又受允许的最大体积含水率变化量 $\Delta\theta_{\max}$ 控制， $\Delta\theta_{\max}$ 表示时空逼近法允许的间隔一个时间步长体积含水率变化的最大值，故时空逼近法

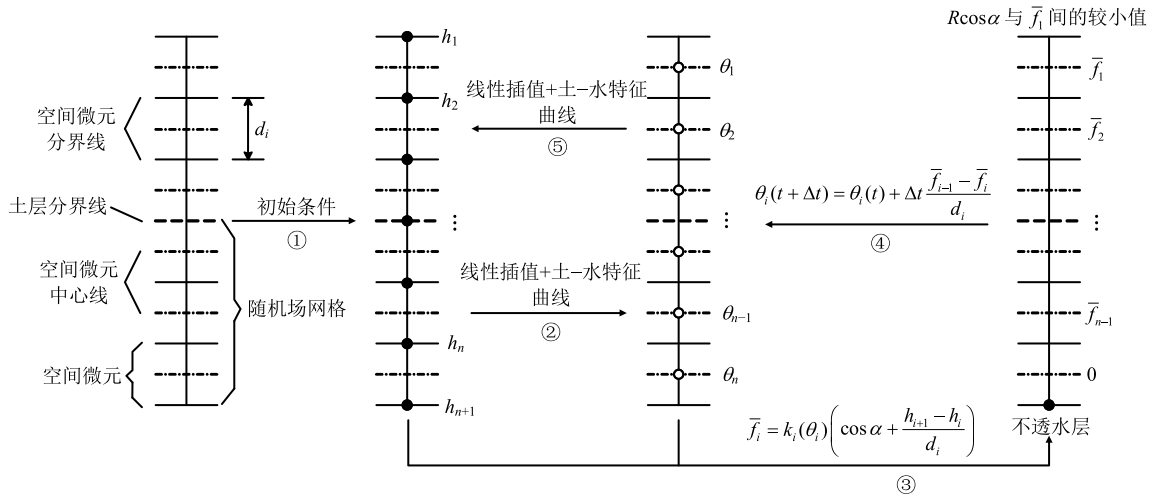


图2 边坡体积含水率分布计算流程图

Fig.2 Flowchart for calculating the volumetric water content distribution of slope

计算精度主要受空间步长和 $\Delta\theta_{\max}$ 的影响。

对整个边坡地层进行空间离散后, 根据入渗率计算公式可得出第 i 个空间微元中心的入渗率 $\bar{f}_i$ 为

$$\bar{f}_i = k_i(\theta_i) \left(\cos \alpha + \frac{h_{i+1} - h_i}{d_i} \right) \quad (6)$$

式中: $k_i(\theta_i)$ 为第 i 个空间微元体积含水率为 θ_i 时的渗透系数; θ_i 为第 i 个空间微元中心的体积含水率; h_i 为第 i 个空间微元顶部的基质吸力水头; h_{i+1} 为第 $i+1$ 个空间微元底部的基质吸力水头; d_i 为第 i 个空间微元的厚度, 本文边坡所有空间微元的厚度都等于空间步长 D 。

将第 i 个空间微元中心的入渗率 $\bar{f}_i$ 视为孔隙水从第 i 个空间微元底部渗出第 i 个空间微元的平均速率。根据质量守恒, 此入渗率也是孔隙水从第 $i+1$ 个空间微元顶部渗入第 $i+1$ 个空间微元的平均速率。每个空间微元的体积含水率变化量为从该空间微元顶部流入该空间微元的水的体积减去从该空间微元底部流出该空间微元的水的体积除以该空间微元的总体积。在第 t 时刻第 i 个空间微元体积含水率为 $\theta_i(t)$, 经过一个时间步长 Δt 后, 第 i 个空间微元体积含水率 $\theta_i(t + \Delta t)$ 为

$$\theta_i(t + \Delta t) = \theta_i(t) + \Delta t \frac{\bar{f}_{i-1} - \bar{f}_i}{d_i} \quad (7)$$

式中: $\bar{f}_{i-1}$ 为第 $i-1$ 个空间微元中心的入渗率。

边坡体积含水率分布计算流程如图2所示, 计算步骤如下:

(1) 根据初始条件得出每个空间微元分界线上的基质吸力水头。

(2) 通过线性插值可得出每个空间微元中心的基质吸力水头, 再根据 Brooks 和 Corey^[17] 的土-水特征曲线模型得出每个空间微元中心的体积含水率, 并将其视为整个空间微元的平均体积含水率。

(3) 通过式(6)计算每个空间微元中心处的入渗率, 并将其视为孔隙水从当前空间微元流向下一个空间微元的平均速率。

(4) 根据时间步长大小计算下一时刻每个空间微元的平均体积含水率, 并将其视为该空间微元中心的体积含水率。

(5) 根据 Brooks 和 Corey^[17] 的土-水特征曲线模型得出每个空间微元中心的基质吸力水头, 通过线性插值得出每个空间微元分界线上的基质吸力水头。

(6) 重复步骤(3)、(4)、(5)直到整个降雨事件结束。

值得注意的是, 由图1所示的 Brooks 和 Corey^[17] 土-水特征曲线模型可知, 当体积含水率为饱和和体积含水率时, 其对应的基质吸力为 0 到进气值 ψ_b 之间的所有值。因此在步骤(5)中, 体积含水率达到饱和和体积含水率的空间微元不能直接利用 Brooks 和 Corey^[17] 的土-水特征曲线模型将含水率转换为基质吸力水头。

对于第 1 个空间微元, 若体积含水率未达到饱和和体积含水率, 则雨水从第 1 个空间微元顶部渗入该空间微元的速率等于垂直于边坡表面方向的降雨强度 $R \cos \alpha$ ^[24], 其中 R 为降雨强度。若体积含水率达到饱和和体积含水率, 则雨水从第 1 个空间微元顶部渗入该空间微元的速率为孔隙水从第 1 个空间微元底部渗出该空间微元的速率与 $R \cos \alpha$ 这两者中的

较小值，这是因为土体体积含水率最大值为饱和体积含水率。对于处于饱和状态的空间微元，孔隙水渗入该空间微元的速率只能小于或者等于渗出该空间微元的速率。对于最后一个空间微元，常假设边坡底部为不透水边界，故孔隙水渗出最后一个空间微元的速率为0。

为求解孔隙水从第1个空间微元底部渗出该空间微元的速率，需要找到第1个空间微元顶部和底部的基质吸力水头。当第1个空间微元达到饱和，就遇到了与边坡体积含水率分布计算中步骤(5)同样的问题。即体积含水率达到饱和和体积含水率的空间微元不能直接利用 Brooks 和 Corey^[17]的土-水特征曲线模型将体积含水率转换为基质吸力水头。针对这个问题给出的求解方法如下：对于所有空间微元，只有孔隙水渗入该空间微元的速率大于或等于渗出该空间微元的速率，才能保持该空间微元为饱和状态或者由非饱和向饱和状态转变。又因为对于处于饱和状态的空间微元，孔隙水渗入该空间微元的速率只能小于或等于渗出该空间微元的速率。所以对于处于饱和状态的空间微元，孔隙水渗入该空间微元的速率等于渗出该空间微元的速率。根据质量守恒可知，当有连续几个空间微元的体积含水率都达到饱和和体积含水率时，这几个空间微元中心的入渗率 $\bar{f}$ 相等。

此外，假设边坡表面一旦积水则积水能全部流走，所以积水之后边坡表面基质吸力为0，积水之前边坡表面基质吸力大于0。根据图1的 Brooks 和 Corey^[17]土-水特征曲线可知，在饱和和体积含水率与非饱和和体积含水率分界点处，土体基质吸力为进气值 ψ_b 。假设从边坡顶部第1个空间微元开始有连续 n 个处于饱和状态的空间微元，则此时第1个空间微元顶部的基质吸力水头 h_1 大于或等于0。第 n 个空间微元底部的基质吸力水头 h_{n+1} 为进气值 ψ_b 对应的基质吸力水头。由该 n 个空间微元中心的入渗率 $\bar{f}$ 相等可得

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_2 = \dots = \bar{f}_{n-1} = \bar{f}_n = \bar{f} \quad (8)$$

变换式(6)可知，第 i 个空间微元底部与顶部的基质吸力水头差值为

$$h_{i+1} - h_i = \left(\frac{\bar{f}_i}{k_{s_i}} - \cos \alpha \right) d_i \quad (9)$$

式中： k_{s_i} 为第 i 个空间微元的饱和渗透系数。

将 n 个空间微元底部与顶部的基质吸力水头差值相加可得

$$\sum_{i=1}^n (h_{i+1} - h_i) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\bar{f}_i}{k_{s_i}} - \cos \alpha \right) d_i = h_{n+1} - h_1 \quad (10)$$

结合式(8)可知，式(10)中只有 $\bar{f}$ 和 h_1 未知。首先假设某时刻发生在积水之前，有 n 个空间微元中心的入渗率 $\bar{f}$ 等于垂直于边坡表面方向的降雨强度 $R \cos \alpha$ ^[24]，然后通过式(10)可求得第1个空间微元顶部的基质吸力水头 h_1 。若 $h_1 > 0$ ，则说明假设成立，且可通过 $\bar{f}$ 和 h_1 求解这 n 个处于饱和状态的空间微元顶部和底部的基质吸力水头；若 $h_1 < 0$ ，则说明上述假设不成立，该时刻发生在积水之后，进而可知 $h_1 = 0$ ，通过式(10)可求解这 n 个空间微元中心入渗率 $\bar{f}$ ，再根据 $\bar{f}$ 和 h_1 求解这 n 个处于饱和状态的空间微元顶部和底部的基质吸力水头。此外，本文通过 Hydrus-1D 软件^[18]获得的 Richards 方程数值解作为精确解，验证了提出的降雨入渗分析时空逼近法的有效性。

4.2 时间步长自适应调整

如前所述，时间步长主要受 $\Delta \theta_{\max}$ 的控制。在划分时间步长时，先将时间步长赋一个初始值，然后根据以下限制条件自适应调整时间步长，在保证时空逼近法计算精度的同时加快运行速度：

(1) 若一个时间步长后，某个空间微元的体积含水率变化量超过 $\Delta \theta_{\max}$ ，则减小时间步长；若所有空间微元的体积含水率变化量都不超过0.1倍的 $\Delta \theta_{\max}$ ，则增大时间步长。调整后的时间步长满足所有空间微元最大的体积含水率变化量等于0.5倍的 $\Delta \theta_{\max}$ 。

(2) 每个空间微元的体积含水率应该介于残余至饱和和体积含水率之间。如果经历一个时间步长后，计算出的某些空间微元体积含水率超出这个范围，则说明在该时间步长结束之前，就有某些空间微元已经达到饱和或者残余体积含水率。此时，需要减小时间步长，使得每个空间微元的体积含水率介于残余和饱和和体积含水率之间。

4.3 空间步长及时间步长自适应调整方法

因降雨常诱发浅层滑坡，边坡沿平行于边坡表面的浅层平面在剪切力作用下趋于破坏，滑动面深度约为1~3 m，远小于滑动面长度^[25-27]。故本文选取无限长边坡模型研究降雨诱发浅层滑坡问题。边坡模型如图3所示，边坡高度 $H = 3$ m，坡角 $\alpha = 50^\circ$ ， τ_m 为沿潜在破坏面任意一点的剪切应力， γ 为考虑水重的土条重度， W 为考虑水重的单位土条重量， σ_n 为单位土条正应力，下部为不透水基岩，降雨强度 R 恒定为5 mm/h。根据文献[7]确定土体物理力

由图 6 可知, 对于不同的 $\Delta\theta_{\max}$ 值, 本文提出方法的计算结果都与 Richards 方程数值解十分吻合。只有在 $\Delta\theta_{\max}$ 设置不合理的情况下, 提出方法

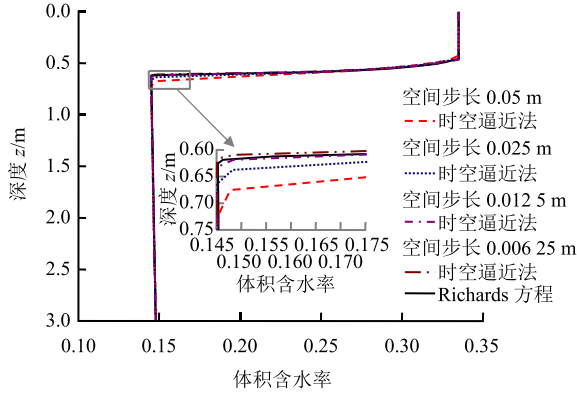


图5 不同空间步长下降雨历时 80 h 体积含水率分布图
Fig.5 Distributions of volumetric water content for rainfall duration of 80 hours with different spatial steps

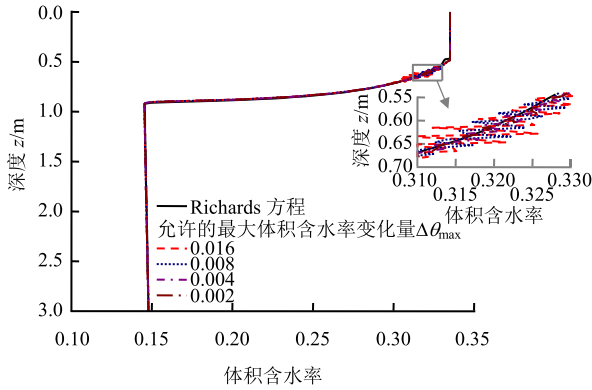


图6 不同 $\Delta\theta_{\max}$ 下降雨历时 80 h 体积含水率分布图
Fig.6 Distributions of volumetric water content for rainfall duration of 80 hours with different values of $\Delta\theta_{\max}$

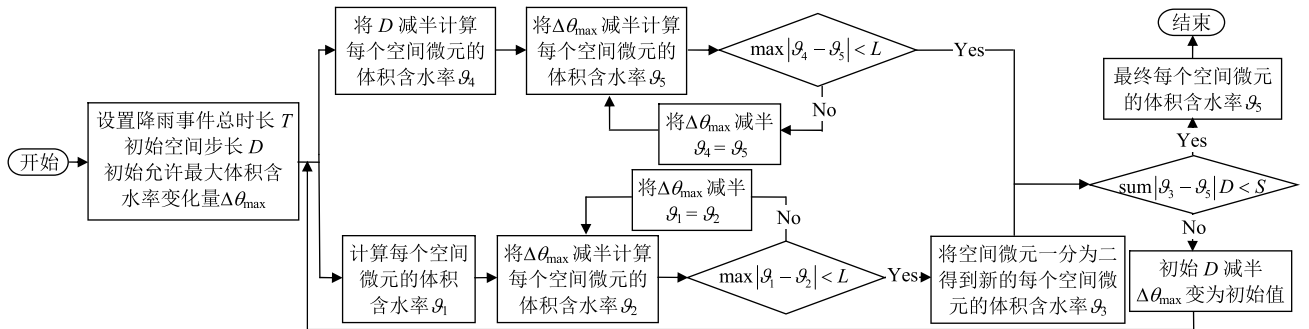
计算的体积含水率随深度的变化关系曲线会在边坡某个区域出现震荡现象, 并且其振幅会随着 $\Delta\theta_{\max}$ 的减小而不断减小。因此, 本文提出根据体积含水率与深度的关系曲线出现震荡时的振幅大小来判断 $\Delta\theta_{\max}$ 取值是否合理(由于自动识别震荡的振幅过程繁琐, 故通过比较前后两次体积含水率随深度变化关系曲线差值的最大值是否小于模型允许的体积含水率最大差值 L 来间接判断 $\Delta\theta_{\max}$ 取值是否合理, 本文取 $L = 0.002$, L 值越小表示对于 $\Delta\theta_{\max}$ 的要求越高)。

本文通过图 7 所示计算流程图实现对空间步长及 $\Delta\theta_{\max}$ 的自适应调整。具体做法如下: 先在初始空间步长条件下不断减小 $\Delta\theta_{\max}$, 计算保证降雨事件结束时不会出现震荡的边坡体积含水率分布。再将空间步长减半重新计算, 自动判断两个体积含水率分布图的非重叠区域面积是否小于某一个值 S , 若小于, 则说明模型取此空间步长时精度满足要求; 否则, 需要将初始空间步长减半重新循环计算, 直到满足要求为止。据此, 可确定满足精度要求的最大空间步长及 $\Delta\theta_{\max}$ 。

4.4 降雨入渗下边坡稳定性分析

根据摩尔-库仑破坏准则, 通过极限平衡分析, 得到图 3 所示的无限长边坡稳定性系数 FS 计算公式如下:

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{c' + [(\sigma_n - u_a) - \sigma_s] \tan \phi'}{W \sin \alpha} \quad (11)$$



注: 图中 $\max$ 为求最大值函数; $\sum$ 为求和函数; θ 为降雨事件结束时所有空间微元体积含水率组成的集合。

图7 时空逼近法的步长自适应调整计算流程图

Fig.7 Flowchart for adaptive adjustment of step size for spatio-temporal approximation method

式中: τ_f 为土体的抗剪强度; c' 和 ϕ' 分别为土体有效黏聚力和有效内摩擦角; $(\sigma_n - u_a)$ 为单位土条底部净法向力, 其中 $\sigma_n = W \cos \alpha$; $\sigma_s = -S_e(u_a - u_w)$, 为吸应力^[29]。

4.5 模型验证

为了说明提出的时空逼近法在初始体积含水

率任意非均匀分布情形下是否能适用, 下面以图 3 所示的非饱和和无限长边坡为例, 参考文献[14]给出的初始体积含水率沿深度均匀递增、均匀递减、先增后减、指数递增这 4 种非均匀分布方式, 来验证本文提出的时空逼近法的有效性。本文针对这 4 种分布各生成的一次初始体积含水率分布实现, 如图

8 所示。根据文献[7, 15], 模拟强度 R 为 5 mm/h 的均匀降雨事件持续 48 h, 再加上 112 h 的无降雨, 整个降雨事件总历时 160 h。除初始体积含水率外, 土体物理力学参数取值保持不变, 如表 1 所示。

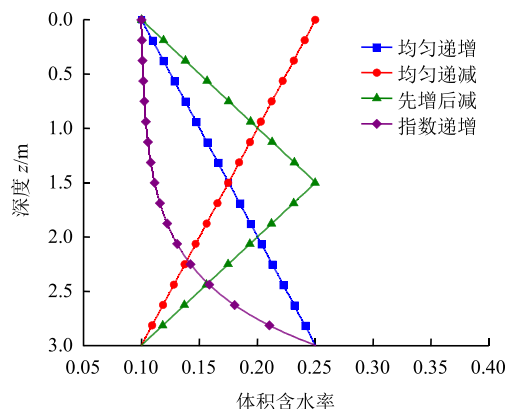
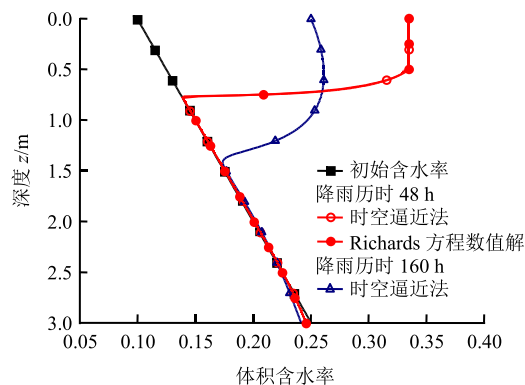


图 8 4 种初始体积含水率分布图
Fig.8 Four types of initial volumetric water content distributions

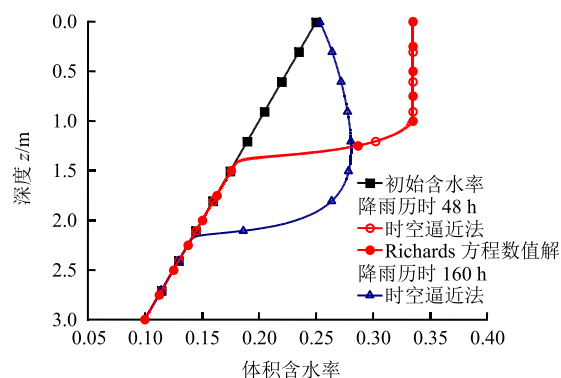
图 9、10 分别比较了 4 种不同初始条件下边坡体积含水率和稳定性系数的分布。需要说明的是, 降雨历时 48 h 之后, 初始体积含水率呈均匀递增、均匀递减、指数递增分布对应的 Richard 数值解均不收敛, 故图 9、10 中没有展示这 3 种情况下降雨历时 160 h 的 Richard 方程数值解。由图 9、10 可知, 提出的时空逼近法和 Richard 方程数值解计算结果十分吻合, 表明提出的时空逼近法可较好地求解考虑初始含水率非均匀分布的降雨入渗问题。

由图 9(c)可知, 在持续 48 h 的降雨作用下, 深度 1.5 m 左右的土体体积含水率却小于初始体积含水率。这是由初始体积含水率非均匀分布引起的。在降雨事件发生前, 深度 1.5 m 处的孔隙水与附近孔隙水存在较大的势能差, 并且此处渗透系数较大, 故孔隙水在此处产生了较明显的重分布现象, 导致其体积含水率减小。另外, 图 9(d)中深度为 3 m 处体积含水率发生变化的原因与图 9(c)中深度 1.5 m 处发生变化的原因相同, 都是由于孔隙水重分布引起的。

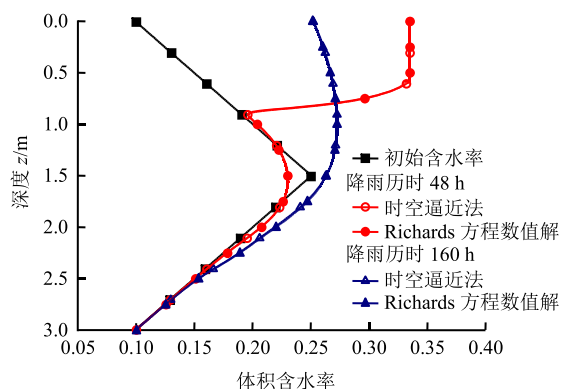
由图 10 可知, 降雨历时 160 h 边坡最小稳定性系数小于降雨历时 48 h 边坡最小稳定性系数, 并且这两个时刻边坡出现最小稳定性系数的位置也不同。说明即使边坡没有遭受降雨作用, 其稳定性系数和最危险滑面位置也会在孔隙水重分布作用下逐渐改变。



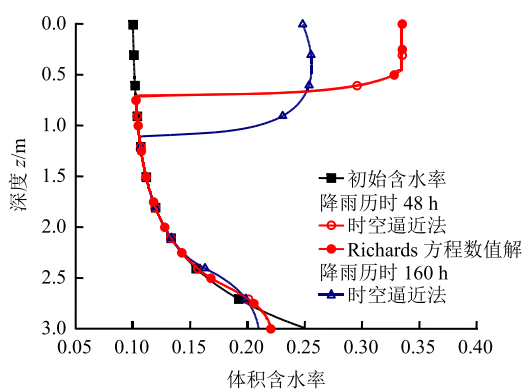
(a) 均匀递增



(b) 均匀递减



(c) 先增后减



(d) 指数递增

图 9 不同初始条件下体积含水率分布比较
Fig.9 Comparison of volumetric water content distribution of the slope under different initial conditions

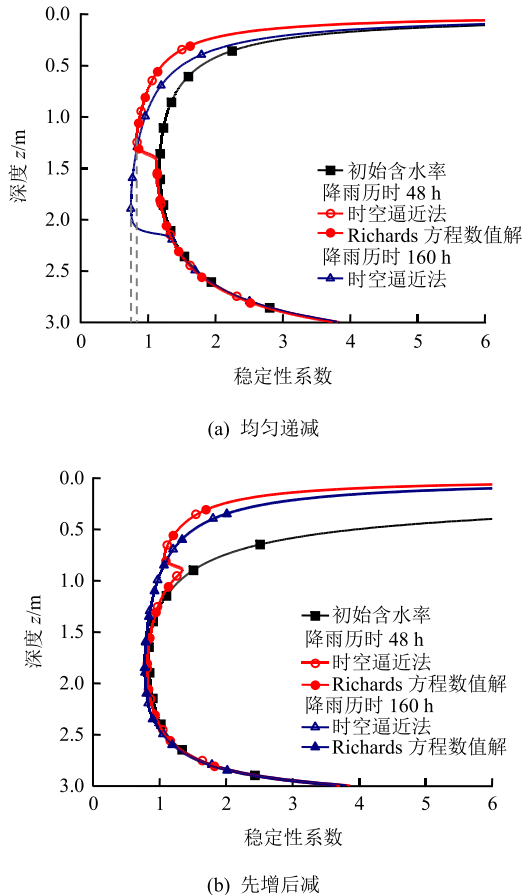


图10 不同初始条件下边坡稳定性系数分布比较

Fig.10 Comparison of distribution of safety factor of the slope under different initial conditions

5 边坡可靠度分析

本节将综合考虑初始体积含水率分布以及土体饱和和渗透系数的不确定性。土体物理力学参数取值如表1所示。降雨事件与第4.5节相同。按第4.3节相同方法模拟饱和和渗透系数的空间变异性，利用KL级数展开方法产生了1万组饱和和渗透系数随机场实现；按Griffiths等^[19]方法，生成了1万次初始体积含水率稳态的非均匀分布：将边坡底部基质吸力水头 h_b 模拟为均值为12.27 m，变异系数为0.1的对数正态随机变量，并根据初始含水率稳态分布，由式(1)通过边坡底部基质吸力水头生成整个边坡的基质吸力水头分布，再根据Brook-Corey土-水特征曲线模型^[17]将基质吸力水头分布转化为体积含水率分布。同时，结合蒙特卡洛模拟方法计算该非均质边坡失效概率。

如果在求解1万组样本对应的体积含水率分布时都自适应调整空间步长及 $\Delta\theta_{\max}$ ，则根据图7可知，计算1万组样本对应的体积含水率分布至少要进行4万次计算。这样虽然每个样本的最优空间步

长和 $\Delta\theta_{\max}$ 都能被筛选出，但是会大大增加计算成本。为此，本文进行可靠度分析前，先随机抽取了100组样本，进行空间步长及 $\Delta\theta_{\max}$ 自适应调整试算。得出在这100组样本中最优空间步长 D 最小为0.0125 m，出现5组；最优 $\Delta\theta_{\max}$ 最小为0.001，出现1组。据此，本文进行边坡可靠度分析时，空间步长取 $D = 0.0125$ m，允许的最大体积含水率变化量取 $\Delta\theta_{\max} = 0.001$ 。

为进一步验证提出的时空逼近法的有效性，下面同时利用时空逼近法、蒋水华等^[30]提出的修正GA模型、Richards方程数值解进行边坡可靠度计算。提出的时空逼近法和修正GA模型^[30]不存在计算不收敛的问题，而在降雨历时48 h，降雨强度 R 由5 mm/h突然变为0时数值求解Richards方程存在较大挑战。不考虑初始体积含水率分布不确定性时，1万组样本中有3848组不收敛；考虑初始体积含水率分布不确定性时，有3783组不收敛。为了便于与Richards方程数值解进行对比，在排除导致Richards方程数值解不收敛的样本之后，再利用提出的时空逼近法和修正GA模型^[30]计算剩余样本对应的失效概率。获得的边坡失效概率和最危险滑面平均深度 Z 随降雨历时的变化关系曲线如图11、12所示。

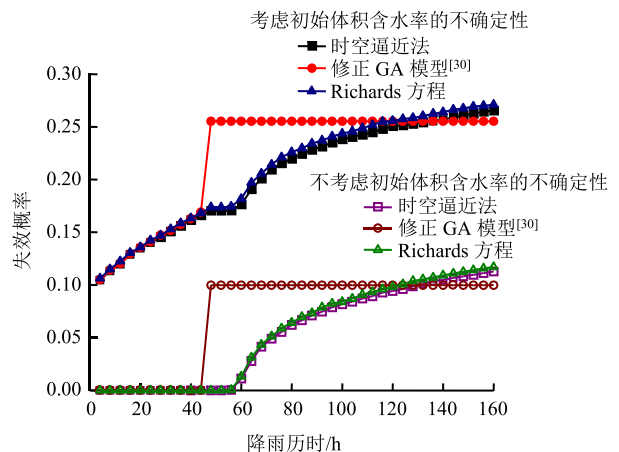


图11 边坡失效概率随降雨历时的变化关系

Fig.11 Variation of probability of slope failure with rainfall duration

由图11、12可知，与修正GA模型^[30]相比，提出的时空逼近法计算的边坡失效概率及最危险滑面深度和Richards方程数值解更为吻合，说明提出的时空逼近法具有较高的计算精度。同时由图11可知，降雨历时48 h之后，基于修正GA模型计算的边坡失效概率保持不变，而提出的时空逼近法计算的边坡失效概率及最危险滑面深度同样均和

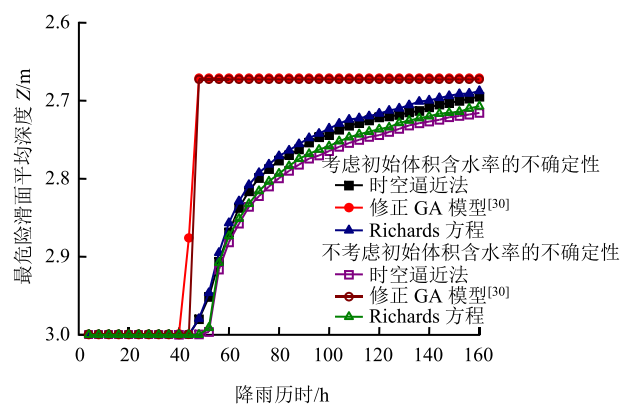


图 12 边坡最危险滑面平均深度随降雨历时的变化关系
Fig.12 Variation of average depth of the critical sliding surface of slope with rainfall duration

Richards 方程数值解保持一致，并且随降雨历时的延长而持续变化。由图 11、12 还可知，无论是否考虑初始体积含水率的不确定性，提出的时空逼近法计算的边坡失效概率均与 Richards 方程数值解非常吻合，表明提出的时空逼近法能够较好地求解考虑初始体积含水率非均匀分布和孔隙水重分布的边坡

降雨入渗问题。

另外由图 11 还可知，提出的时空逼近法计算的边坡失效概率由降雨历时 48 h 的 0 快速增加到降雨历时 160 h 的 11.3%。边坡失效概率升高的原因可从图 9、10 中降雨历时 48、160 h 的边坡体积含水率和稳定性系数分布中得到解释。其中，边坡中部体积含水率增大导致基质吸力下降、边坡稳定性系数下降是边坡失效概率升高的主要原因。

由图 12 还可知，在降雨历时 48 h 边坡的基于提出的时空逼近法计算的最危险滑面平均深度为 3 m，即几乎所有样本对应的最危险滑面位于边坡底部。而当降雨历时 160 h，边坡最危险滑面平均深度为 2.72 m，说明受孔隙水重分布作用会有更多样本对应的最危险滑面从边坡底部上升至边坡中部。再次说明如果不考虑孔隙水重分布的作用将会低估边坡失效概率和错误估计边坡最危险滑面的位置。

综上所述，表3总结了经典GA模型、Richards 方程数值解和提出的时空逼近法在求解边坡降雨入渗问题时的优缺点和适用范围。

表 3 3 种方法优缺点及适用范围的对比
Table 3 Comparison of the advantages and disadvantages and applicable scopes of the three methods

入渗模型	经典 GA 模型 ^[21]	Richards 方程数值解 (通过 Hydrus-1D 软件 ^[18] 数值求解)	提出的时空逼近法
优点	①计算速度快 ②不存在计算不收敛问题	①计算结果准确 ②适用范围较广 ③在数值解收敛性较好时计算速度快	①计算结果准确 ②不存在计算不收敛问题 ③同时从空间及时间步长角度提高模型计算精度
缺点	①模型适用范围较小 ②计算结果与真实结果存在较大差距	①对有限元网格要求较高 ②调整空间步长的过程较为繁琐 ③容易陷入大量迭代计算中，影响模型运行速度甚至出现计算不收敛问题	①模型参数率定耗时较长 ②只考虑重力及基质吸力对孔隙水运移的影响
适用 范围	均匀降雨、初始体积含水率均匀分布、均质垂直土柱	可考虑非均匀降雨、初始体积含水率非均匀分布以及蒸散发、根系吸水、溶质运输等因素影响，适用于非均质边坡	可考虑孔隙水重分布过程、初始体积含水率非均匀分布等因素影响，适用于非均质边坡

6 结 论

本文提出了边坡降雨入渗分析的时空逼近法，可同时考虑土体饱和和渗透系数空间变异性、初始体积含水率非均匀分布以及孔隙水重分布对边坡可靠度的影响。同时以无限长边坡模型为例，验证了提出方法的有效性。主要结论如下：

(1) 提出的时空逼近法不仅可以考虑初始体积含水率的非均匀分布，而且能模拟初始体积含水率非稳态分布而引起的孔隙水重分布过程，是一种计算稳定且精度较高的降雨入渗分析方法，不存在计算不收敛问题。

(2) 提出的时空逼近法可同时自适应调整空间步长及时间步长，使得模型在保证计算精度的同时

加快模型运行速度。若空间步长确定的不合理，即使时间步长取得很小也无法得到准确的计算结果。

(3) 降雨结束时刻不一定是边坡稳定性最差的时刻，这是因为降雨结束后孔隙水在坡体内重分布会降低边坡稳定性，如忽略孔隙水重分布过程的影响，会明显低估边坡失效概率和错误估计边坡最危险滑面位置。

参 考 文 献

[1] FROUDE M J, PETLEY D N. Global fatal landslide occurrence from 2004 to 2016[J]. **Natural Hazards and Earth System Sciences**, 2018, 18(8): 2161-2181.

[2] 查元源. 饱和-非饱和水流运动高效数值算法研究及应

- 用[D]. 武汉: 武汉大学, 2014.
- ZHA Yuan-yuan. Research on cost-effective algorithm for unsaturated-saturated flow and its application[D]. Wuhan: Wuhan University, 2014.
- [3] 张洁, 吕特, 薛建锋, 等. 适用于斜坡降雨入渗分析的修正 Green-Ampt 模型[J]. 岩土力学, 2016, 37(9): 2451-2457.
- ZHANG Jie, LÜ Te, XUE Jian-feng, et al. Modified Green-Ampt model for analyzing rainfall infiltration in slopes[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(9): 2451-2457.
- [4] WU S C, MA D H, LIU Z P, et al. A novel approximate solution to slope rainfall infiltration[J]. **Journal of Hydrology**, 2023, 625: 130039.
- [5] 王雪冬, 李世宇, 孙延峰, 等. 考虑非饱和浸润层厚度和累积入渗量的改进 Green-Ampt 模型[J]. 水文地质工程地质, 2021, 48(6): 64-71.
- WANG Xue-dong, LI Shi-yu, SUN Yan-feng, et al. An improved Green-Ampt model considering the thickness of unsaturated infiltrating layer and cumulative infiltration[J]. **Hydrogeology & Engineering Geology**, 2021, 48(6): 64-71.
- [6] 彭振阳, 黄介生, 伍靖伟, 等. 基于分层假设的 Green-Ampt 模型改进[J]. 水科学进展, 2012, 23(1): 59-66.
- PENG Zhen-yang, HUANG Jie-sheng, WU Jing-wei, et al. Modification of Green-Ampt model based on the stratification hypothesis[J]. **Advances in Water Science**, 2012, 23(1): 59-66.
- [7] DOU H, HAN T, GONG X, et al. Probabilistic slope stability analysis considering the variability of hydraulic conductivity under rainfall infiltration-redistribution conditions[J]. **Engineering Geology**, 2014, 183: 1-13.
- [8] 王文焰, 汪志荣, 王全九, 等. 黄土中 Green-Ampt 入渗模型的改进与验证[J]. 水利学报, 2003, 5: 30-34.
- WANG Wen-yan, WANG Zhi-rong, WANG Quan-jiu, et al. Improvement and evaluation of the Green-Ampt model in loess soil[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2003, 5: 30-34.
- [9] 蒋水华, 刘贤, 黄劲松, 等. 多层非均质边坡降雨入渗分析的改进 Green-Ampt 模型[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(6): 1177-1186.
- JIANG Shui-hua, LIU Xian, HUANG Jin-song, et al. An improved Green-Ampt model for rainfall infiltration analysis of multi-layered heterogeneous soil slopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2024, 46(6): 1177-1186.
- [10] 李剑平, 蒋水华, 黄发明, 等. 考虑渗透系数空间变异性的降雨作用下边坡大变形破坏特征[J]. 应用基础与工程科学学报, 2024, 32(1): 72-84.
- LI Jian-ping, JIANG Shui-hua, HUANG Fa-ming, et al. Investigation of large deformation failure characteristics of slopes under rainfalls considering spatial variability of hydraulic conductivity[J]. **Journal of Basic Science and Engineering**, 2024, 32(1): 72-84.
- [11] LIU X, LIU Y, YANG Z, et al. A novel dimension reduction-based metamodel approach for efficient slope reliability analysis considering soil spatial variability[J]. **Computers and Geotechnics**, 2024, 172: 106423.
- [12] 李旭, 高山, 周成, 等. 边坡植被恢复中考虑微生物矿化和植被作用的 Green-Ampt 模型[J]. 岩土工程学报, 2023, 45(9): 1953-1962.
- LI Xu, GAO Shan, ZHOU Cheng, et al. Improved Green-Ampt model considering effects of microbial mineralization and vegetation in biological restoration of slopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2023, 45(9): 1953-1962.
- [13] LA FOLLETTE P, OGDEN F L, JAN A. Layered Green and Ampt infiltration with redistribution[J]. **Water Resources Research**, 2023, 59(7): e2022WR033742.
- [14] SU L, LIU F, ZHOU B, et al. Approximate analytical solutions for one-dimensional soil water movement equation with arbitrary initial conditions[J]. **Soil and Tillage Research**, 2022, 218: 105314.
- [15] 丁继新, 尚彦军, 杨志法, 等. 降雨型滑坡预报新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(21): 3738-3743.
- DING Ji-xin, SHANG Yan-jun, YANG Zhi-fa, et al. New method of predicting rainfall-induced landslides[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(21): 3738-3743.
- [16] LI X, LIU X, LIU Y, et al. Probabilistic slope stability analysis considering the non-stationary and spatially variable

- permeability under rainfall infiltration-redistribution[J]. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, 2023, 82(9): 350.
- [17] BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media[M]. [S. l.]: [s. n.], 1964.
- [18] SIMUNEK J, VAN GENUCHTEN M T, SEJNA M. The Hydrus-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media, Version 4.16, HYDRUS Software Series 3[M]. Riverside, California, USA: University of California Riverside, 2013.
- [19] GRIFFITHS D V, HUANG J, FENTON G A. Probabilistic infinite slope analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2011, 38(4): 577-584.
- [20] 马世国. 强降雨条件下基于 Green-Ampt 入渗模型的无限边坡稳定性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- MA Shi-guo. Study on the stability of infinite slope based on Green-Ampt infiltration model under intense rainfall[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [21] GREEN W H, AMPT G A. Studies on soil physics: 1, flow of air and water through soils[J]. **Journal of Agricultural Science**, 1911, 4(1): 1-24.
- [22] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学[M]. 清华大学出版社, 1988.
- LEI Zhi-dong, YANG Shi-xiu, XIE Sen-chuan. Soil water dynamics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988.
- [23] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 1993.
- [24] CHO S E. Failure distribution analysis of shallow landslides under rainfall infiltration based on fragility curves[J]. **Landslides**, 2020, 17(1): 79-91.
- [25] 豆红强, 王浩. 非平稳随机场下饱和渗透系数空间变异性的无限长边坡稳定概率分析[J]. 土木工程学报, 2017, 50(8): 105-113, 128.
- DOU Hong-qiang, WANG Hao. Probabilistic analysis of spatial variability of saturated hydraulic conductivity on infinite slope based on the non-stationary random field[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2017, 50(8): 105-113, 128.
- [26] MUNTOHAR A S, LIAO H J. Rainfall infiltration: infinite slope model for landslides triggering by rainstorm[J]. **Natural Hazards**, 2010, 54(3): 967-984.
- [27] 林滨强, 章德生, 简文彬, 等. 风驱雨作用下植被斜坡稳定性响应研究[J]. 岩土力学, 2024, 45(9): 2765-2774.
- LIN Bin-qiang, ZHANG De-sheng, JIAN Wen-bin, et al. Response of vegetated slope stability under wind-driven rain conditions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2024, 45(9): 2765-2774.
- [28] LU N, LIKOS W J. Unsaturated soil mechanics[M]. Hoboken: John Wiley & Sons., 2004.
- [29] LU N, GODT J W, WU D T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil[J]. **Water Resources Research**, 2010, 46(5), W05515.
- [30] 蒋水华, 刘贤, 黄发明, 等. 考虑多参数空间变异性的降雨入渗边坡失稳机理及可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(5): 900-907.
- JIANG Shui-hua, LIU Xian, HUANG Fa-ming, et al. Failure mechanism and reliability analysis of soil slopes under rainfall infiltration considering spatial variability of multiple soil parameters[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2020, 42(5): 900-907.